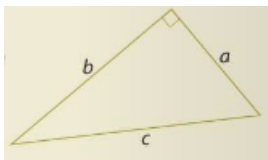


PITAGOROV IZREK V ENAKOKRAKEM IN PRAVOKOTNEM TRAPEZU

1. Ponovimo: Pitagorov izrek (PI) lahko uporabljamo v vseh **pravokotnih** trikotnikih. Pravokotni trikotnik ima en pravi kot (90°), nasproti njega leži najdaljša stranica, ki jo imenujemo **hipotenuza** (c). Ostali dve stranici sta **kateti** (a in b).



Velja: $c^2 = a^2 + b^2$

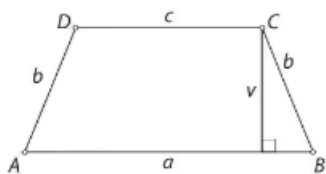
Enakokraki trapez

b - kraka

a, c - osnovnici

$$o = a + 2b + c$$

$$p = \frac{a+c}{2} \cdot v$$



Pravokotni trapez

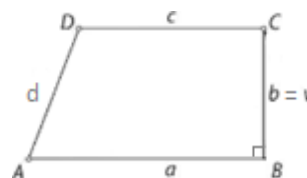
Ima dva prava kota (90°)

b, d - kraka

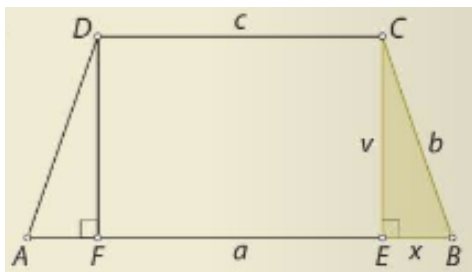
a, c - osnovnici

$$o = a + b + c + d$$

$$p = \frac{a+c}{2} \cdot v$$



2. PITAGOROV IZREK V ENAKOKRAKEM IN PRAVOKOTNEM TRAPEZU



Ko v enakokrakem trapezu vrišemo višino iz oglišča C , dobimo pravokotni trikotnik EBC , kjer je krak b hipotenuza, višina in daljica EB pa sta kateti.

Sedaj moramo ugotoviti, čemu je enaka dolžina daljice EB oz. x . Če vrišemo še višino iz oglišča D , dobimo trikotnik AFD , ki je skladen trikotniku EBC , zato je tudi daljica AF enaka daljici EB . Njuna skupna dolžina je enaka dolžini $a - c$.

Če zapišemo drugače: $2x = a - c$ oz. $x = \frac{a-c}{2}$. To je dolžina druge katete.

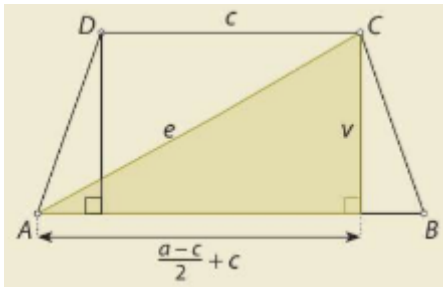
Velja PI:

$$b^2 = v^2 + x^2$$

$$b^2 = v^2 + \left(\frac{a-c}{2}\right)^2$$

Od tod lahko izrazimo tudi višino:

$$v^2 = b^2 - \left(\frac{a-c}{2}\right)^2$$

DODATNO:

V enakokrakem trapezu narišemo diagonalo e in višino v . V nastalem pravokotnem trikotniku je hipotenuza diagonala e , kateti pa sta višina v in srednjica s .

Spomnimo se: $s = \frac{a-c}{2} + c = \frac{a+c}{2}$.

Z uporabo Pitagorovega izreka dobimo: $e^2 = v^2 + s^2$.

PRIMER 1: V enakokrakem trapezu merita osnovnici $a = 42 \text{ cm}$ in $c = 22 \text{ cm}$, višina pa je 24 cm . Izračunaj obseg in ploščino tega trapeza.

enakokraki trapez

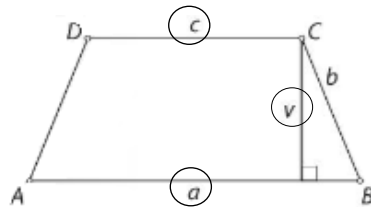
$$a = 42 \text{ cm}$$

$$c = 22 \text{ cm}$$

$$v = 24 \text{ cm}$$

$$o = ?$$

$$p = ?$$



Ploščino tega enakokrakega trapeza lahko takoj izračunamo, saj imamo podane vse podatke, ki jih potrebujemo.

$$p = \frac{a+c}{2} \cdot v$$

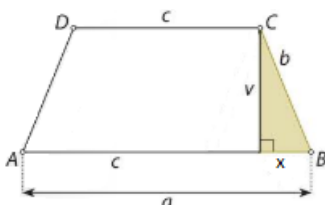
$$p = \frac{42 + 22}{2} \cdot 24$$

$$p = \frac{64}{2} \cdot 24$$

$$p = 32 \cdot 24$$

$$p = 768 \text{ cm}^2$$

Za izračun obsega tega enakokrakega trapeza potrebujemo še dolžino kraka b . Izračunali ga bomo s pomočjo Pitagorovega izreka v pravokotnem trikotniku, v katerem je hipotenuza krak b , kateti pa sta višina v in stranica x (glej spodnjo skico).



$$x = \frac{a-c}{2} \text{ (glej k razlagi)}$$

$$x = \frac{42-22}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$$

Izračunamo b :

$$b^2 = v^2 + x^2$$

$$b^2 = 24^2 + 10^2$$

$$b^2 = 576 + 100$$

$$b^2 = 676$$

$$b = \sqrt{676}$$

$$b = 26 \text{ cm}$$

Sedaj pa imamo vse podatke, da lahko izračunamo še obseg tega enakokrakega trapeza:

$$o = a + 2b + c$$

$$o = 42 + 2 \cdot 26 + 22$$

$$o = 42 + 52 + 22$$

$$o = 116 \text{ cm}$$

Odgovor: obseg tega trapeza meri 116 cm , ploščina pa 768 cm^2 .

PRIMER 2: Izračunajmo obseg in ploščino trapeza s stranicami $a = 19 \text{ cm}$, $b = 17 \text{ cm}$, $c = 4 \text{ cm}$ in kotom $\alpha = 90^\circ$.

Ker meri kot $\alpha = 90^\circ$, je to pravokotni trapez.

pravokotni trapez

$$a = 19 \text{ cm}$$

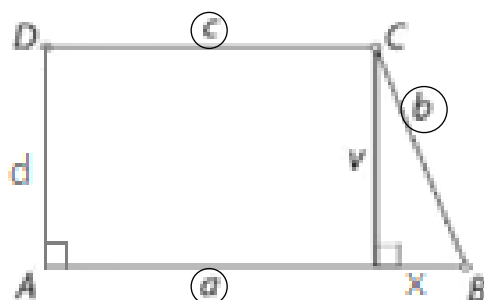
$$b = 17 \text{ cm}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$o = ?$$

$$p = ?$$



Za izračun ploščine trapeza nam manjka podatek o višini, za izračun obsega pa podatek o kraku d . Ker je $\alpha = 90^\circ$, je krak d pravokoten na stranico a . To pa pomeni, da je $d = v$. Iščemo torej samo višino v . Izračunali jo bomo s pomočjo Pitagorovega izreka (hipotenuza je b , kateti pa sta v in x).

$$x = a - c = 19 - 4 = 15 \text{ cm}$$

$$v^2 = b^2 - x^2$$

$$v^2 = 17^2 - 15^2$$

$$v^2 = 289 - 225$$

$$v^2 = 64$$

$$v = \sqrt{64}$$

$$v = 8 \text{ cm}$$

Ker je $d = v$ je $d = 8 \text{ cm}$. Sedaj imamo vse podatke, ki jih potrebujemo, da izračunamo obseg in ploščino tega pravokotnega trapeza.

$$o = a + b + c + d$$

$$o = 19 + 17 + 4 + 8$$

$$o = 48 \text{ cm}$$

$$p = \frac{a + c}{2} \cdot v$$

$$p = \frac{19 + 4}{2} \cdot 8$$

$$p = \frac{19 + 4}{2} \cdot 8$$

$$p = 23 \cdot 4$$

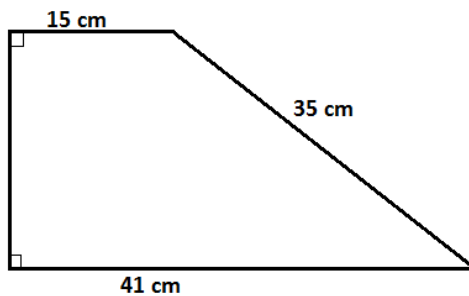
$$p = 92 \text{ cm}^2$$

Odgovor: obseg tega trapeza meri 48 cm , ploščina pa 92 cm^2 .

VAJA

Reši naslednje naloge (pomagaj si z matematičnimi tabelami- oranžna knjižica). Riši skice in jih označi!

1. Dan je enakokraki trikotnik s krakom $a = 4,1 m$ in osnovnico $c = 1,8 m$. Izračunaj obseg in ploščino tega trikotnika.
2. V enakokrakem trapezu izračunaj obseg in ploščino.
 - a. $a = 17 cm, c = 7 cm, v = 12 cm$
 - b. $a = 26 cm, c = 1 dm, v = 1,5 dm$
 - c. $a = 21 cm, c = 7 cm, d = 25 cm$
3. Poimenuj lik in mu izračunaj obseg in ploščino. Zaokroži na 1 decimalno mesto.



4. V trapezu meri kot $\alpha = 90^\circ$. Izračunaj obseg in ploščino trapeza.
 - a. $a = 19 m, b = 17 m, c = 11 m$
 - b. $a = 14 cm, c = 9 cm, v = 12 cm$ (izračunaj še dolžino diagonale BD - zaokroži na eno decimalno mesto)

Dodatne naloge:

1. V enakokrakem trapezu s podatki $a = 21 cm, c = 9 cm, v = 8 cm$ izračunaj dolžino diagonale, obseg in ploščino (nariši dobro skico).
2. V pravokotnem trapezu meri srednjica $4,5 cm$, kraka pa $5 cm$ in $5\sqrt{2} cm$. Kolikšen je obseg tega trapeza in kolikšna ploščina?
3. V trikotniku ABC z višino $v_c = 4,8 cm$ meri dolžina stranice $a = 5 cm$ in dolžina stranice $b = 7,3 cm$. Koliko meri ploščina tega trikotnika?
4. V enakokrakem trapezu meri diagonala $e = 2\sqrt{13} cm$, višina $v = 4 cm$, krak pa $5 cm$. Izračunaj ploščino in obseg tega trapeza.